

**Partiel du 06 novembre 2015**

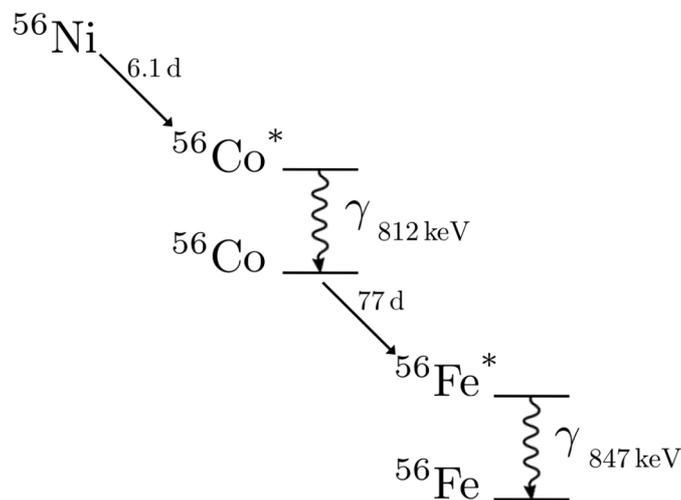
Aucun document autorisé – calculatrice autorisée

## QUESTIONS DE COURS

1. Quel est le spin-parité d'un noyau de  $^{12}\text{C}$  ? Justifier votre résultat en quelques phrases.
2. Soit une réaction nucléaire  $a + X \rightarrow Y + b$ . Comment peut-on déterminer s'il s'agit d'une réaction exoénergétique ou endoénergétique ?

## EMISSION GAMMA D'UNE SUPERNOVA DE TYPE IA

Lors de l'explosion d'une supernova de type *Ia*, une masse  $M_{\text{Ni}}$  de nickel  $^{56}\text{Ni}$  radioactif est produite. Les noyaux de nickel, de période de demi-vie  $T_1 = 6,1$  jours, se désintègrent en noyaux de cobalt radioactif  $^{56}\text{Co}$ , de demi-vie  $T_2 = 77$  jours, qui se désintègrent eux-mêmes en fer stable  $^{56}\text{Fe}$ . Le schéma de désintégration du Ni est présenté ci-dessous.



Le  $^{56}\text{Ni}$  décroît en  $^{56}\text{Co}$  par capture électronique (*CE*) et le  $^{56}\text{Co}$  décroît par *CE* (81 %) et par  $\beta^+$  (19 %). Lors des désintégrations radioactives, le noyau produit est initialement dans un état excité et se relaxe vers son niveau fondamental en émettant un photon gamma. Ce processus conduit à la formation de raies nucléaires qui apparaissent comme des raies d'émission dans le spectre gamma de la supernova. L'étude du schéma détaillé de la désintégration radioactive du nickel montre qu'une fraction  $f_1 = 86\%$  des noyaux de cobalt formés émet un photon  $h\nu_1 = 812$  keV et une fraction  $f_2 = 100\%$  des noyaux de fer formés émet un photon  $h\nu_2 = 847$  keV. Notre étude va se limiter à ces deux raies principales et on suppose que la désexcitation des noyaux de cobalt ou de fer excités est instantanée. Pour une raie nucléaire donnée, le nombre de photons sortants par seconde de l'éjecta de la supernova à l'instant  $t$  est donné par :

$$N_i^*(t) = N_{i,\text{raie}}^*(t) e^{-\tau(t)},$$

avec  $N_{i,\text{raie}}^*(t)$  le nombre de photons gamma émis par seconde à la fréquence  $\nu_i = 1$  ou 2 par les noyaux de cobalt ( $i = 1$ ) ou de fer ( $i = 2$ ) excités produits dans l'éjecta, et  $\tau(t)$  l'épaisseur optique de l'éjecta. On suppose que l'éjecta de la supernova, dont la masse est  $M_{\text{ej}}$ , est dans sa phase d'expansion libre (freinage négligeable par l'environnement). La vitesse de l'éjecta  $v_{\text{ej}}$  est alors constante et son rayon à l'instant  $t$  donné par  $R(t) = R_0 + v_{\text{ej}} t \approx v_{\text{ej}} t$  en négligeant le rayon initial.

Le but de cet exercice est d'étudier la variation temporelle du flux des raies gamma  $h\nu_1$  et  $h\nu_2$  émises par les décroissances radioactives du  $^{56}\text{Ni}$  et du  $^{56}\text{Co}$ .

1. Rappeler la relation entre la période de demi-vie  $T$  et la constante de temps  $\tau$  intervenant dans la décroissance exponentielle d'isotopes radioactifs (**à ne pas confondre ici avec  $\tau(t)$  l'épaisseur optique**), et calculer ces dernières  $\tau_1$  et  $\tau_2$ , respectivement pour le nickel et le cobalt.
2. Donner l'expression de  $N_{1,raie}^*(t)$  pour la raie à 812 keV en fonction de  $f_1$ ,  $M_{\text{Ni}}$ ,  $t$ ,  $\tau_1$  et de  $m_{\text{Ni}}$  la masse d'un atome de nickel  $^{56}\text{Ni}$ .

En faisant l'hypothèse simplificatrice mais justifiée ( $\tau_1 \ll \tau_2$ ) que tous les noyaux de nickel se désintègrent à  $t = 0$  en cobalt, montrer que  $N_{2,raie}^*(t)$  pour la raie à 847 keV se

met sous la forme  $N_{2,raie}^*(t) = \frac{f_2 M_{\text{Ni}}}{m_{\text{Ni}} \tau_2} e^{-\chi}$ . On demande d'exprimer  $\chi$  en fonction de  $t$  et de  $\tau_2$ .

3. Le processus dominant d'interaction entre les photons gamma et la matière de l'éjecta est la diffusion Compton sur les électrons libres. On appelle  $\sigma$  la section efficace correspondante, que l'on suppose identique pour les photons  $\nu_1$  et  $\nu_2$ . On se place dans le cadre d'un modèle où l'éjecta est assimilé à une coquille sphérique homogène de rayon  $R(t)$ , d'épaisseur  $\Delta R(t) \ll R(t)$  pour lequel  $\Delta R(t)$  est proportionnel à  $R(t)$  et de masse  $M_{\text{ej}}$ . On suppose –en outre– que les noyaux radioactifs sont situés à la base de l'éjecta et que les photons gamma doivent traverser l'épaisseur  $\Delta R(t)$  pour s'en échapper.
  - a. Donner l'expression de l'épaisseur optique  $\tau(t)$  de l'éjecta à l'instant  $t$  en fonction de sa densité d'électrons libres  $n_e(t)$  et des autres quantités physiques nécessaires.
  - b. Après avoir remarqué que la masse moyenne par électron libre  $\mu_e$  dans l'éjecta est rattachée à la masse volumique homogène  $\rho(t)$  de l'éjecta par  $\rho(t) = n_e(t)\mu_e m_p$ , avec  $m_p$  la masse du proton, donner l'expression de la densité d'électrons libres  $n_e(t)$  en fonction de  $M_{\text{ej}}$ ,  $R(t)$ ,  $\Delta R(t)$ ,  $\mu_e$  et  $m_p$ .
  - c. En déduire que l'épaisseur optique  $\tau(t)$  est de la forme  $\tau(t) \approx (t/t_0)^{-2}$ , avec  $t_0$  une échelle de temps caractéristique dont on donnera l'expression en fonction de  $M_{\text{ej}}$ ,  $\sigma$ ,  $\nu_{\text{ej}}$ ,  $\mu_e$  et  $m_p$ .
  - d. La validité de l'expression  $N_i^*(t) = N_{i,raie}^*(t)e^{-\tau(t)}$  dans le cadre du modèle développé ci-dessus ne vaut que si le libre parcours moyen  $l$  des photons gamma dans l'éjecta est petit devant  $\Delta R(t)$ . Après avoir utilisé la définition du libre parcours moyen, montrer que le domaine de validité du modèle est donc  $t \ll t_0$ .
4. Représenter l'allure de  $N_{i,raie}^*(t)$  et  $e^{-\tau(t)}$  en fonction de  $t$  et expliquer pourquoi le flux émis par la supernova dans la raie gamma à la fréquence  $\nu_i$  passe par un maximum à un instant que l'on appellera  $t_{i,max}$ . Donner l'expression de  $t_{i,max}$ .